المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة المركز الوطني للامتحانات المدرسية وتقييم التعلمات	**الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا** - الدورة الاستدراكية 2026 -	الصفحة 1 / 8

الموضوع			**RS 22F**
المادة	**الرياضيات**	**مدة الإنجاز**	**3س**
الشعبة والمسلك	**مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)**	**المعامل**	**7**

Instructions générales

- L'utilisation d'une calculatrice non programmable est autorisée.
- Le candidat peut traiter les exercices et le problème suivant l'ordre qui lui convient ;
- Il est recommandé d'éviter l'usage de la couleur rouge dans la rédaction des solutions.

Composantes du sujet

- L'épreuve est composée de trois exercices et d'un problème, indépendants entre eux, et répartis selon les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3.5 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	2.5 points
Problème	Etude de fonctions numériques, suites numériques et calcul intégral	11 points

Notations

- On note $\overline{z}$ le conjugué d'un nombre complexe z, et $|z|$ son module.
- ln désigne la fonction logarithme népérien.
- e est le nombre réel tel que $\ln(e) = 1$.

Exercice 1 (3 points) :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A\left(1,1,1\right)$, $B\left(2,0,1\right)$ et $C(-2,-2,4)$. Soit (P) le plan d'équation $x+y-2z+12=0$

0.25 pt	**1.a.** Montrer que $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$	
0.25 pt	**1.b.** Déduire que les plans (P) et (OAB) sont parallèles.	
0.25 pt	**1.c.** Vérifier que : $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=-2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (OC)	
0.5 pt	**1.d.** Vérifier que $C\in(P)$ et montrer que la droite (OC) est orthogonale au plan (P)	

2. Soit (S) la sphère de centre $\Omega(a,b,c)$, tangente au plan (P) au point C et coupée par le plan (OAB) suivant un cercle (Γ) de centre O et de rayon $r=4\sqrt{3}$.

0.5 pt	**2.a.** Vérifier que $\Omega\in(OC)$ et déduire que $a=b$ et $c=-2a$	
0.25 pt	**2.b.** Montrer que $O\Omega=\lvert a\rvert\sqrt{6}$	

0.25 pt	**2.c.** Vérifier que $d(\Omega, (P)) = \lvert a+2 \rvert \sqrt{6}$	

0.75 pt	**2.d.** Montrer que $a = 1$ (Remarquer que $\Omega C^2 - \Omega O^2 = 48$) puis déduire les coordonnées de Ω et le rayon R de la sphère (S)	

Exercice 2 (3.5 points) :

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A , B et C d'affixes respectives : $a = \sqrt{3} + i$, $b = \overline{a}$ et $c = 2\sqrt{3}$

0.5 pt	**1.a.** Montrer que $\dfrac{a-c}{a} = -\dfrac{1}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	

0.25 pt	**1.b.** Écrire le nombre complexe $-\dfrac{1}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ sous forme trigonométrique	

2. Soit R la transformation du plan qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = e^{i\frac{2\pi}{3}}(z-a) + a$.

0.5 pt	**2.a.** Vérifier que R est une rotation dont on déterminera le centre et l'angle.	

0.5 pt	**2.b.** Montrer que $R(O) = C$	

3. Soit D le point d'affixe d tel que $R(B) = D$

0.5 pt	**3.a.** Montrer que $d = 2\sqrt{3} + 2i$ et déduire que les points A , D et O sont alignés.	

0.5 pt	**3.b.** Montrer que $\frac{c-b}{d} = \frac{1}{2}$	

0.25 pt	**3.c.** Montrer que $OB = DC$	

0.5 pt	**3.d.** Déduire que le quadrilatère $OBCD$ est un trapèze isocèle.	

Exercice 3 (2.5 points):

Une urne contient quatre boules blanches numérotées : $0; 0; 1; 1$ et deux boules noires numérotées : $0; 1$ Toutes les boules sont indiscernables au toucher. On tire au hasard successivement et sans remise deux boules de l'urne. On considère les évènements suivants :

A : « Les deux boules tirées sont de même couleur. »

B : « La somme des nombres portés par les deux boules tirées est égale à 2. »

0.5 pt	**1.a.** Montrer que $p(A) = \frac{7}{15}$	

0.5 pt	**1.b.** Montrer que $p(B) = \frac{1}{5}$	

0.5 pt	**2.** Montrer que la probabilité de B sachant que A est réalisé est $p(B/A) = \frac{1}{7}$	

3. On considère la variable aléatoire X qui, à chaque tirage, associe la somme des nombres portés par les deux boules tirées.

0.75 pt	**3.a.** Copier et compléter le tableau ci-dessous, qui représente la loi de probabilité de la variable aléatoire X	

x_i	0	1	2
$p(X = x_i)$			

0.25 pt	**3.b.** Montrer que l'espérance de la variable aléatoire X est $E(X) = 1$	

Problème (11 points):

Partie I :

On considère la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{2x} - 1$

0.25 pt	**1.a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $g(x) = 0$	

0.5 pt	**1.b.** Vérifier que $g(x) < 0$ sur $]-\infty, 0[$ et que $g(x) > 0$ sur $]0, +\infty[$.	

0.75 pt	**2.** Montrer que $\int_{-\ln 2}^{\ln 2} \lvert g(x)\rvert \, dx = \frac{9}{8}$	

Partie II:

On considère la fonction numérique définie par $f(x) = x - \ln 2 + \ln\left(1 + e^{-2x}\right)$

Soit $(\mathscr{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

0.25 pt	**1.** Vérifier que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$	

0.5 pt	**2.a.** Montrer que f est une fonction paire.	

0.5 pt	**2.b.** Vérifier que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et déduire $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$	

0.5 pt	**3.a.** Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x - \ln 2$ est une asymptote oblique à $(\mathscr{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$	

0.5 pt	**3.b.** Déduire que la droite (Δ') d'équation $y = -x - \ln 2$ est une asymptote oblique à $(\mathscr{C}_f)$ au voisinage de $-\infty$	

0.75 pt	**4.a.** Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{1 + e^{2x}}$	

0.5 pt	**4.b.** Déduire que f est strictement croissante sur l'intervalle $[0, +\infty[$ et strictement décroissante sur l'intervalle $]-\infty, 0]$ (On peut utiliser la question 1 de la Partie I.)	

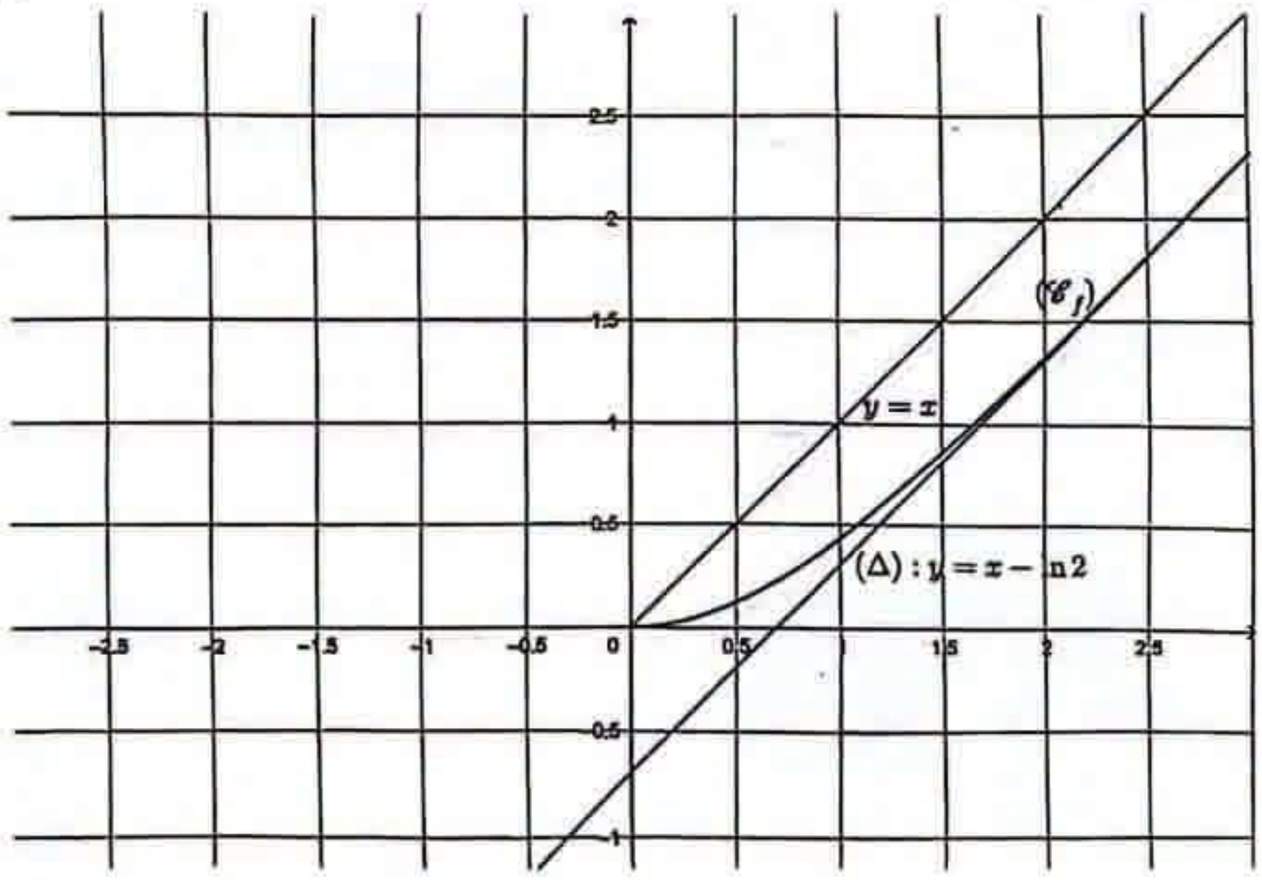
0.5 pt	**5.a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $f(x) = x$	

0.5 pt	**5.b.** Montrer pour tout x de $[0, +\infty[$: $f(x) \leq x$	

0.5 pt	**5.c.** Etudier la position de la courbe $(\mathscr{C}_f)$ et la droite (Δ) sur l'intervalle $[0, +\infty[$	

0.5 pt	**5.d.** Déduire que pour tout x de $[0, +\infty[$: $0 \leq f(x) - (x - \ln 2) \leq \ln 2$	

6. Le graphique ci-dessous représente la courbe $(\mathscr{C}_f)$ de la fonction f sur $[0, +\infty[$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.



0.5 pt	**6.a.** Reproduire le graphique ci-dessus puis tracer dans le même repère, la droite (Δ') et compléter la courbe $(\mathscr{C}_f)$ de la fonction f sur l'intervalle $]-\infty, 0]$	

0.5 pt	**6.b.** Soit $\mathscr{A}$, en unité d'aire , l'aire de la partie du plan délimitée par $(\mathscr{C}_f)$, la droite (Δ), et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$ Montrer que $0 \leq \mathscr{A} \leq \ln 2$	

7. Soit φ la restriction de la fonction f sur l'intervalle $[0, +\infty[$

0.5 pt	**7.a.** Montrer que φ admet une fonction réciproque φ^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera. (L'expression de $\varphi^{-1}(x)$ n'est pas demandée.)	
0.25 pt	**7.b.** Vérifier que $\varphi^{-1}\left(\ln\left(\frac{5}{4}\right)\right) = \ln 2$	
0.5 pt	**7.c.** Montrer que φ^{-1} est dérivable en $\ln\left(\frac{5}{4}\right)$ et que $\left(\varphi^{-1}\right)'\left(\ln\left(\frac{5}{4}\right)\right) = \frac{5}{3}$	

Partie III

On considère la suite numérique (u_n) définie par $u_0 = \ln 2$ et $u_{n+1} = f(u_n)$, pour tout entier naturel n

0.5 pt	**1.** Montrer par récurrence que $0 \leqslant u_n \leqslant \ln 2$, pour tout n de $\mathbb{N}$	
0.5 pt	**2.** Montrer que la suite (u_n) est décroissante. (On peut utiliser la question 5.b de la Partie II.)	
0.75 pt	**3.** En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite.	