Établ : L.Q Akensous	**L'ensemble $\mathbb{N}$ et notions d'arithmétique**	A.S : 2026-2027
Niveau : TCSF		Semestre : 1
Prof : A. OUDIKA	Série d'exercices n°1	Date : 21/09/2026

✎ Exercice 1 :

Soit $n \in \mathbb{N}$. On pose : $a = 6n + 11$ et $b = 2n + 4$

1. Étudier la parité des nombres a et b.
2. En déduire la parité du nombre suivant : $a \times (-1)^b + b \times (-1)^a$
3. Montrer que le nombre $(a+1)^2 + b^2$ est un multiple de 40.

✎ Exercice 2 :

Soit n un entier naturel.

1. Étudier la parité des nombres suivants : $A = n^2 - 3n + 4$ et $B = n^2 + 3n + 4$
2. Développer et réduire l'expression suivante : $(n^2 - 3n + 4)(n^2 + 3n + 4)$
3. En déduire que le nombre $n^4 - n^2 + 16$ est divisible par 4.

✎ Exercice 3 :

1. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, le nombre $n(n+1)(n+2)(n+3)$ est un multiple de 4.
2. Existe-t-il un entier naturel n tel que : $n(n+1)(n+2)(n+3) = 2010$?

✎ Exercice 4 :

Soit n un entier naturel.
Montrer que les nombres $\dfrac{n(n+1)}{2}$ et $\dfrac{n^3 - n}{3}$ sont des entiers naturels.

✎ Exercice 5 :

1. Soit n un entier naturel impair.
   (a) Montrer que $n^2 - 1$ est divisible par 8.
   (b) En déduire que $n^4 - 1$ est divisible par 16.
2. Soient a et b deux entiers naturels impairs.
   Montrer que le nombre $a^4 + b^4 - 2$ est un multiple de 16.

✎ Exercice 6 :

On pose : $a = 2040$ et $b = 2028$

1. Décomposer les nombres a et b en produits de facteurs premiers.
2. En déduire $a \wedge b$ et $a \vee b$.
3. Simplifier les nombres $\dfrac{2040}{2028}$ et $\sqrt{2040 \times 2028}$.

✎ Exercice 7 :

On considère les nombres suivants : $x = 2160$ et $y = 4860$

1. Décomposer les nombres x et y en produits de facteurs premiers.
2. Déterminer $x \wedge y$ et $x \vee y$.
3. Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre $x^3 \times y^2$.

4. Montrer que $\sqrt{xy} \in \mathbb{N}$.
5. Écrire le nombre $\dfrac{x}{y}$ sous forme d'une fraction irréductible.

✎ Exercice 8 :

Soit $n \in \mathbb{N}$. On pose : $\alpha = 7^{n+2} - 7^n$ et $\beta = 3 \times 7^{n+1} + 5 \times 7^n$

1. Montrer que α est un multiple de 3 et que β est un multiple de 13.
2. Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres α et β.
3. En déduire $\alpha \wedge \beta$ et $\alpha \vee \beta$.
4. Vérifier que : $\alpha \times \beta = (\alpha \wedge \beta) \times (\alpha \vee \beta)$

✎ Exercice 9 :

Soit n un entier naturel.

1. Vérifier que : $\dfrac{n+7}{n+1} = 1 + \dfrac{6}{n+1}$
2. Déterminer les valeurs de n pour lesquelles : $\dfrac{n+7}{n+1} \in \mathbb{N}$
3. Déterminer les valeurs de l'entier naturel n pour lesquelles : $\dfrac{3n+28}{n+4} \in \mathbb{N}$

✎ Exercice 10 :

1. Soient x et y deux entiers naturels avec $x \geq y$.
   Montrer que les nombres $x+y$ et $x-y$ ont la même parité.
2. Déterminer les diviseurs de 28.
3. Déterminer tous les couples d'entiers naturels (x, y) vérifiant : $x^2 - y^2 = 28$.
4. Déterminer tous les couples d'entiers naturels (a, b) tels que : $ab + 3a + 2b = 28$.

✎ Exercice 11 :

1. Vérifier que le nombre 337 est premier.
2. Déterminer tous les couples d'entiers naturels (x, y) tels que : $x^2 - y^2 = 337$

✎ Exercice 12 :

Déterminer tous les couples d'entiers naturels (x, y) tels que : $\begin{cases} x^2 - y^2 = 7344 \\ x \wedge y = 12 \end{cases}$