# Equations et inéquations

## I- Équation du premier degré à une inconnue

**Définition**

On appelle équation du premier degré à une inconnue $x$ toute égalité de la forme $ax+b=0$ où $a$ et $b$ sont deux nombres réels donnés.

**Remarque:** Résoudre une équation c'est trouver toutes ses solution.

**Exemples:**

1) Résolvons l'équation $x\sqrt{3}+2=2x\sqrt{3}-1$.

On a: $x\sqrt{3}+2=2x\sqrt{3}-1$

s.q: $x\sqrt{3}-2x\sqrt{3}=-1-2$

s.q: $-x\sqrt{3}=-3$

s.q: $-x=\frac{-3}{\sqrt{3}}$

s.q: $x=\frac{3}{\sqrt{3}}$

D'où la solution de cette équation est $\frac{3}{\sqrt{3}}$.

2) Résolvons l'équation $\frac{x-2}{4}-\frac{x}{6}=1-\frac{4x}{12}$.

On a: $\frac{x-2}{4}-\frac{x}{6}=1-\frac{4-x}{12}$

s.q: $\frac{3(x-2)}{12}-\frac{2x}{12}=\frac{12}{12}-\frac{4-x}{12}$

s.q: $3x-6-2x=12-4+x$

s.q: $x-6=8+x$

s.q: $x-x=8+6$

s.q: $0=14$; ce qui impossible.

D'où cette équation n'a pas de solutions.

3) Résolvons l'équation $(x-2)(x-1)-5=x(x-2)-(3+x)$

On a: $(x-2)(x-1)-5=x(x-2)-(3+x)$

s.q: $x^2-x-2x+2-5=x^2-2x-3-x$

S.q: $x^2-3x-3=x^2-3x-3$

S.q: $0x=0$ ; C'est vrai pour tout nombre réel $x$.

D'où tous les nombres réels sont solutions de cette équation.

**Application:** Résoudre les équations suivantes:

(1) $x-3=-4$

(2) $\frac{2}{3}x-5=-x+\frac{4}{3}$

(3) $x\sqrt{2}-3=4$

(4) $-2\sqrt{3}+7x=3(x-4\sqrt{2})$

(5) $\frac{4x-1}{4}-\frac{x+2}{4}=\frac{x-3}{2}-1$

(6) $x\sqrt{2}-\sqrt{3}=x\sqrt{3}-\sqrt{2}$

## II - Équation de la forme $(ax+b)(cx+d)$

**Propriété**

Un produit de deux facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des deux facteurs est nul.

**Autrement dit:** si $\alpha$ et $\beta$ sont deux nombres réels, alors:

$\alpha \times \beta = 0$ signifie que $\alpha = 0$ ou $\beta = 0$

**Propriété**

Soient $a, b, c$ et $d$ des nombres réels.

Les solutions de l'équation $(ax+b)(cx+d)=0$ sont les solutions des deux équations $ax+b=0$ ou $cx+d=0$

**Exemple:** Résolvons l'équation $(2x+3)(3x-\sqrt{2})=0$.

On a: $(2x+3)(3x-\sqrt{2})=0$

S.q: $2x+3=0$ ou $3x-\sqrt{2}=0$

S.q: $2x=-3$ ou $3x=\sqrt{2}$

S.q: $x=\frac{-3}{2}$ ou $x=\frac{\sqrt{2}}{3}$

D'où les solutions de cette équation sont $\frac{-3}{2}$ et $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

**Application:** Résoudre les équations suivantes:

(1) $(x+2)(2x-5)=0$

(2) $-4x(x-4)=0$

(3) $(x-3)(2x+1)=(x-3)(x-4)$

(4) $2x^2-2x\sqrt{6}+3=8x^2-12$

## III - Inéquation du premier degré à une inconnue

**Définition**

On appelle inéquation du premier degré à une inconnue x toute inégalité de la forme $ax+b \leqslant 0$ ou $ax+b < 0$ avec a et b sont des nombres réels donnés.

**Remarque:** Résoudre une inéquation c'est trouver toutes ses solutions.

**Exemples:**

1) Résolvons l'inéquation $3x-4 \leqslant 1$.

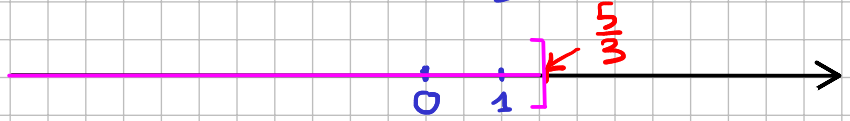
On a: $3x-4 \leqslant 1$

S.q: $3x \leqslant 1+4$

S.q: $3x \leqslant 5$

S.q: $x \leqslant \frac{5}{3}$

D'où les solutions de cette inéquation sont les nombres réels inférieurs ou égaux à $\frac{5}{3}$.




2) Résolvons l'inéquation $-4x+3 < -1$.

On a: $-4x+3 < -1$

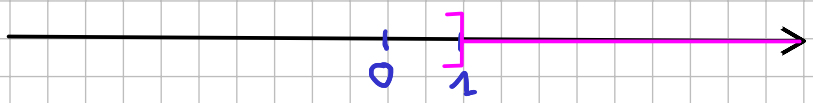
S.q: $-4x < -1-3$

S.q: $-4x < -4$

S.q: $x > \frac{-4}{-4}$

S.q: $x > 1$

D'où les solutions de cette inéquation sont les nombres inférieurs strictement à 1.



**Application:** Résoudre les inéquations suivantes et représenter graphiquement les solutions:

(1) $3x-1 \leqslant 2$

(2) $4x-3 > x-6$

(3) $4+2(x-3) < 3x-(6-3x)$

(3) $\frac{x}{3}-\frac{5}{2}+\frac{7x}{6} \geqslant 0$

(4) $2-\frac{x+1}{4} \geqslant 4+\frac{x-2}{8}$

(5) $x\sqrt{2}-\sqrt{2} < 3x-1$

## IV- Mise en équation ou en inéquation d'un problème

Pour résoudre un problème, on représente les étapes suivantes:

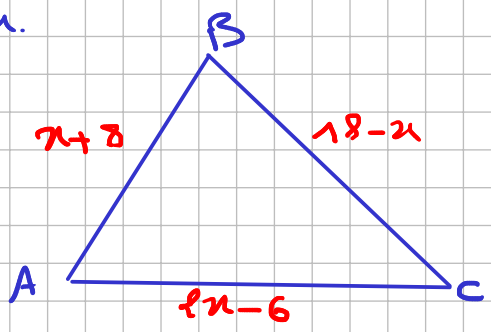
(1) Choix de l'inconnue;

(2) Mise en équation ou en inéquation du problème;

(3) Résolution de l'équation ou de l'inéquation;

(4) Vérification et interprétation des résultat.

**Exemple:** Soit ABC un triangle tel que $AB = x+8$, $AC = 2x-6$ et $BC = 18-x$.




Déterminons la valeur de $x$ pour que le triangle ABC soit constructible.

Le triangle ABC est constructible si: $AB+AC > BC$

c.à.d: $x+8+2x-6 > 18-x$

c.à.d: $3x+2 > 18-x$

c.à.d: $3x+x > 18-2$

c.à.d: $4x > 16$

c.à.d: $x > \frac{16}{4}$

c.à.d: $x > 4$

D'où le triangle ABC est constructible pour $x > 4$.