Introduction sur les nombres rationnels

Réalisé par : Pr. Ayoub OUDIKA
Lycée collégial : El Abdari Niveau scolaire : 2APIC
Année scolaire : 2023-2024

1. Définition et exemples

Activité 1

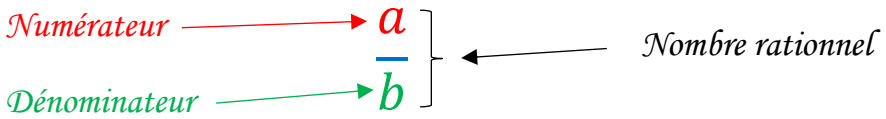
1) Choisir, parmi les nombres suivants : $\frac{11}{6}$, $1{,}22$ et $1{,}222$, la valeur de a qui convient pour compléter l'égalité : $9 \times a = 11$

2) Est-ce-que $\frac{11}{6}$ est un nombre décimal ? Justifier votre repense.

Définition 1

Un nombre rationnel et le quotient de d'un nombre entier relatif par un nombre entier relatif non nul.

Le quotient d'un nombre entier relatif a par un nombre entier relatif b est noté : $\frac{a}{b}$



Exemple

1) $\frac{1}{2}$, $\frac{-5}{6}$ et $\frac{10}{-7}$ sont des nombres rationnels.

2) π n'est pas un nombre rationnel.

Application 1

Recopier et compléter chaque colonne en mettant une croix dans les cases qui convient :

	$6{,}64$	$\frac{9}{-3}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{137}{6}$	$\frac{-223}{25}$	$\frac{842}{7}$
Entier	…	…	…	…	…	…
Décimal	…	…	…	…	…	…
Rationnel	…	…	…	…	…	…

2. Règle de simplification d'un nombre rationnel

Règle 1

Le quotient de deux nombres entiers relatifs ne change pas si on multiple ces deux nombres par un même nombre entier relatif non nul.

Autrement dit : Si $\frac{a}{b}$ et k est un nombre entier relatif non nul, alors :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

Exemple

2) $\frac{3}{4} = \frac{3\times5}{4\times5} = \frac{15}{20}$ 2) $\frac{-39}{26} = \frac{(-3)\times13}{2\times13} = \frac{-3}{2}$

Remarque 1

Une fraction qui ne peut pas être simplifiée est dit irréductible.

Exemple

1) $\frac{7}{4}$ *est une fraction irréductible.*

2) $\frac{-10}{6}$ *ne l'est pas.*

Application 2

Simplifier les nombres suivants : $\frac{60}{84}$ *et* $\frac{-165}{75}$

3. Règle des signes

Règle 2

- *Le quotient de deux nombres de même signe est un nombre positif.*
- *Le quotient de deux nombres de signes contraires est un nombre négatif*

Autrement dit : si $\frac{a}{b}$ *est un nombre rationnel, alors :*

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b} \quad et \quad \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

Exemples

1) $\frac{-9}{8}$ *est un nombre positif, car* -9 *est négatif et* 8 *est positif.*

2) $\frac{11}{21}$ *est un nombre positif, car* 11 *et* 21 *sont positifs.*

Application 3

Déterminer le signe de chacun des nombres suivants : $\frac{7}{6}$; $\frac{-9}{13}$; $\frac{15}{-8}$; $\frac{-12}{-19}$

4. Egalité de deux nombres rationnels

Activité 2

1. a. *Effectuer à la calculatrice les deux divisions* $\frac{-2,8}{5}$ *et* $-\frac{1,68}{3}$.
   b. *Que peut-on conclure ?*
2. *Comparer en réduisant les deux nombres au même dénominateur.*
3. *Comparer* $(-2,8)\times3$ *et* $5\times(-1,68)$. *Que remarque-t-on ?*

Règle 3

Soient $\frac{a}{b}$ *et* $\frac{c}{d}$ *deux nombres rationnels.*

1) *Si* $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, *alors* $a\times d = b\times c$.

2) *Si* $a\times d = b\times c$, *alors* $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ *et* $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$.

Exemples

1) *Montrons que les nombres* $\frac{8}{6,9}$ *et* $\frac{1,2}{1,44}$ *sont égaux.*

- *1ère Méthode :*

  Comparons tout d'abord $8 \times 1{,}44$ *et* $6{,}9 \times 1{,}2$.

  On a : $8 \times 1{,}44 = 11{,}52$ *et* $6{,}9 \times 1{,}2 = 11{,}52$

  Donc : $8 \times 1{,}44 = 6{,}9 \times 1{,}2$

  D'où : $\frac{8}{6{,}9} = \frac{1{,}2}{1{,}44}$

- *2ème Méthode :*

  On a : $\frac{8}{6{,}9} = \frac{80}{69} = \frac{5\times16}{6\times16} = \frac{5}{6}$ *et* $\frac{1{,}2}{1{,}44} = \frac{120}{144} = \frac{5\times24}{6\times24} = \frac{5}{6}$

  D'où : $\frac{8}{6{,}9} = \frac{1{,}2}{1{,}44}$

2) *Montrons que les nombres ne sont pas égaux.*

Application 4

1) *Montrer que les nombres rationnels* $\frac{45}{60}$ *et* $\frac{63}{84}$ *sont égaux.*
2) a, b, c *et* d *sont des nombres rationnels tels que* $b \neq 0,\ d \neq 0,\ b + d \neq 0$ *et* $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

   Montrer que : $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$

5. *Réduire au même dénominateur*

Règle 4

Si les dénominateurs ne sont pas les mêmes, on réduit au même dénominateur : on cherche un multiple commun non nul aux dénominateurs.

Exemple

$\frac{3}{4} = \frac{3\times5}{4\times5} = \frac{15}{20}$ *et* $\frac{-2}{5} = \frac{(-2)\times4}{5\times4} = \frac{-8}{20}$

Application 5

Réduire les nombres rationnels $\frac{5}{24}$ *et* $\frac{-7}{32}$ *au même dénominateur.*