Opérations sur les nombres rationnels : addition et soustraction

Réalisé par : Pr. Ayoub OUDIKA
Lycée collégial : El Abdari Niveau scolaire : 2APIC
Année scolaire : 2023-2024

1. Addition de deux nombres rationnels

a. Addition de deux nombres rationnels de même dénominateur

Règle 1

Pour additionner deux nombres rationnels de même dénominateur, on additionne les numérateurs entre eux et on garde le dénominateur commun.

Autrement dit : Si $\frac{a}{b}$ *et* $\frac{c}{b}$ *sont deux nombres rationnels, alors :* $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$

Exemples

1) $A=\frac{-1}{5}+\frac{5}{2}$

$=\frac{-1+5}{2}$

$=\frac{4}{2}$

$=2$

2) $B=\frac{3x}{7}+\frac{-5x}{7}$

$=\frac{3x+(-5x)}{7}$

$=\frac{-2x}{7}$

Application 1

Calculer : $A=\frac{13}{6}+\frac{5}{6}$ *et* $B=\frac{-10}{11}+\frac{-12}{11}$

b. Addition de deux nombres rationnels de dénominateurs différents

Règle 2

Pour additionner deux nombres rationnels de dénominateurs différents, on commence par les écrire avec le même dénominateur puis on applique la règle 1.

Autrement dit : Si $\frac{a}{b}$ *et* $\frac{c}{d}$ *sont deux nombres rationnels, alors :*

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{bc}{bd}=\frac{ad+bc}{bd}$$

Exemples

1) $C=\frac{-5}{9}+\frac{1}{3}$

$=\frac{-5}{9}+\frac{3}{9}$

$=\frac{-5+3}{9}$

$=\frac{-2}{9}$

2) $D=\frac{7}{15}+\frac{5}{3}$

$=\frac{7}{15}+\frac{25}{15}$

$=\frac{7+25}{15}$

$=\frac{32}{15}$

Application 2

Calculer : $C = \frac{3}{14} + \frac{10}{21}$ *et* $D = \frac{40}{24} + \frac{-15}{45}$

Propriétés

1) *Si* $\frac{a}{b}$ *est un nombre rationnel, alors :* $\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = 0$

   $-\frac{a}{b}$ *s'appelle l'opposé de* $\frac{a}{b}$.

   On dit aussi que $\frac{a}{b}$ *et* $-\frac{a}{b}$ *sont opposés.*

2) *Si* $\frac{a}{b}$ *est un nombre rationnel, alors :* $\frac{a}{b} + 0 = \frac{a}{b}$

3) *Si* $\frac{a}{b}$ *et* $\frac{c}{d}$ *sont deux nombres rationnels, alors :* $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$

4) *Si* $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ *et* $\frac{e}{f}$ *sont des nombres rationnels, alors :*

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f}$$
$$= \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right)$$
$$= \left(\frac{a}{b} + \frac{e}{f}\right) + \frac{c}{d}$$

Exemple

$$A = \frac{1}{2} + \frac{-7}{4} + \frac{-3}{2}$$
$$= \left(\frac{1}{2} + \frac{-3}{2}\right) + \frac{-7}{4}$$
$$= \frac{1+(-3)}{2} + \frac{-7}{4}$$
$$= \frac{-2}{2} + \frac{-7}{4}$$
$$= \frac{-4}{4} + \frac{-7}{4}$$
$$= \frac{-4+(-7)}{4}$$
$$= \frac{-11}{4}$$

Application 3

Calculer : $C = \frac{-7}{15} + \frac{4}{3} + \frac{-1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{2}{15}$

2. Soustraction de deux nombres rationnels

Règle 3

Soient $\frac{a}{b}$ *et* $\frac{c}{d}$ *deux nombres rationnels. On a :* $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(\frac{-c}{d}\right)$

Remarque 1

Soustraire un nombre rationnel revient à ajouter son opposé.

Ainsi : $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \frac{-c}{d}$
$$= \frac{ad}{bd} + \frac{-bc}{bd}$$
$$= \frac{ad+(-bc)}{bd}$$
$$= \frac{ad-bc}{bd}$$

Donc : $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$

Exemples

1) $A = \frac{3}{7} - \frac{5}{7}$

$= \frac{3-5}{7}$

$= \frac{-2}{7}$

2) $B = \frac{-5}{14} - \frac{2}{7}$

$= \frac{-5}{14} - \frac{4}{14}$

$= \frac{-5-4}{14}$

$= \frac{-9}{14}$

Application 4

Calculer : $C = \frac{3}{20} - \frac{11}{28}$ *et* $D = \frac{7}{6} - \frac{-4}{9}$