Systèmes de deux équations du premier degré à une inconnue
(Solution de la série)

Exercice n°1

1) Vérifions si le couple $(3;-2)$ est une solution du système (S).

On a: $-2\times 3+(-2)=-6-2=-8\neq -3$

Donc la première équation n'est pas vérifiée.

D'où le couple $(3;-2)$ n'est pas une solution du système (S).

2) Vérifions si le couple $(-2;1)$ est une solution du système (S).

On a: * $-2\times -2+1=-4+1=-3$

* $3\times -2-2\times 1=6-2=4$

Le deux équations du système (S) sont vérifiés simultanément.

D'où le couple $(-2;1)$ est une solution du système (S).

Exercice n°2

* Résolvons par la méthode de substitution le système suivant:

$$\begin{cases} 3x-y=5 & (1) \\ x+2y=-1 & (2) \end{cases}$$

Exprimons y en fonction de x dans l'équation (1):

On a: $3x-y=5$ s.q: $y=3x-5$ (3)

Remplaçons y par $3x-5$ dans l'équation (2):

On a: $x+2(3x-5)=-1$

s.q: $x+6x-10=-1$

s.q: $7x=-1+10$

s.q: $7x=9$

S.q: $x = \frac{9}{7}$

Remplaçons x par $\frac{9}{7}$ dans (3), on trouve:

$$y = 3 \times \frac{9}{7} - 5 = \frac{27}{7} - \frac{35}{7} = \frac{-8}{7}$$

D'où la solution de ce système est le couple $\left(\frac{9}{7}; \frac{-8}{7}\right)$.

* Résolvons par la méthode de substitution le système suivant:

$$\begin{cases} -2x + 3y = 4 & (1) \\ x + y = 5 & (2) \end{cases}$$

Exprimons y en fonction de x dans l'équation (2):

On a: $x + y = 5$ S.q: $y = 5 - x$ (3)

Remplaçons y par $5 - x$ dans l'équation (1):

On a: $-2x + 3(5 - x) = 4$

S.q: $-2x + 15 - 3x = 4$

S.q: $-5x = 4 - 15$

S.q: $-5x = -11$

S.q: $x = \frac{-11}{-5} = \frac{11}{5}$

Remplaçons x par $\frac{11}{5}$ dans (3), on obtient:

$$y = 5 - \frac{11}{5} = \frac{25 - 11}{5} = \frac{14}{5}$$

D'où la solution de ce système est le couple $\left(\frac{11}{5}; \frac{14}{5}\right)$.

Exercice n°3

* Résolvons par la méthode de combinaison linéaire le système suivant: $\begin{cases} 2x - y = -1 & (1) \\ 4x - 3y = 5 & (2) \end{cases}$

Multiplions les deux membres de l'équation (1) par -2:

On a: $\begin{cases} -2(2x-y) = -2 \times (-1) \\ 4x-3y=5 \end{cases}$ c.à.d: $\begin{cases} -4x+2y=2 \\ 4x-3y=5 \end{cases}$

Additionnons membre à membre les membres des deux équations:

$$-4x+2y+4x-3y = 2+5$$

S.q: $-y=7$

S.q: $y=-7$

Multiplions les deux membres de l'équation (1) par -3:

On a: $\begin{cases} -3(2x-y) = -3 \times (-1) \\ 4x-3y=5 \end{cases}$ c.à.d: $\begin{cases} -6x+3y=3 \\ 4x-3y=5 \end{cases}$

Additionnons membre à membre les membres des deux équations:

$$-6x+3y+4x-3y = 3+5$$

S.q: $-2x=8$

S.q: $x=\frac{8}{-2}=-4$

D'où la solution de ce système est le couple $(-4;-7)$

* Résolvons par la méthode de combinaison linéaire le système suivant: $\begin{cases} 4x-5y=2 & (1) \\ 2x+5y=-3 & (2) \end{cases}$

Additionnons membre à membre les membres des deux équations:

$$4x-5y+2x+5y = 2+(-3)$$

S.q: $6x=-1$

S.q: $x=-\frac{1}{6}$

Multiplions les deux membres de l'équation (2) par -2:

On a: $\begin{cases} 4x-5y=2 \\ -2(2x+5y) = -2 \times (-3) \end{cases}$ c.à.d: $\begin{cases} 4x-5y=2 \\ -4x-10y=6 \end{cases}$

Additionnons membre à membre les membres des deux équations :

$$\cancel{4x} - 5y + (\cancel{-4x}) - 10y = 2 + 6$$

S.q : $-15y = 8$

S.q : $y = \frac{8}{-15}$

D'où la solution de ce système est le couple $\left(\frac{-1}{6} ; \frac{8}{-15}\right)$.

Exercice n°4

* Résolvons graphiquement le système : $\begin{cases} x - y = 5 & (1) \\ x + y = 11 & (2) \end{cases}$

Exprimons y en fonction de x dans les deux équations.

* Dans l'équation (1), on a : $x - y = 5$ c.à.d : $y = x - 5$
* Dans l'équation (2), on a : $x + y = 11$ c.à.d : $y = -x + 11$

Soient (D) et (Δ) les droites d'équations $y = x - 5$ et $y = -x + 11$ respectivement.

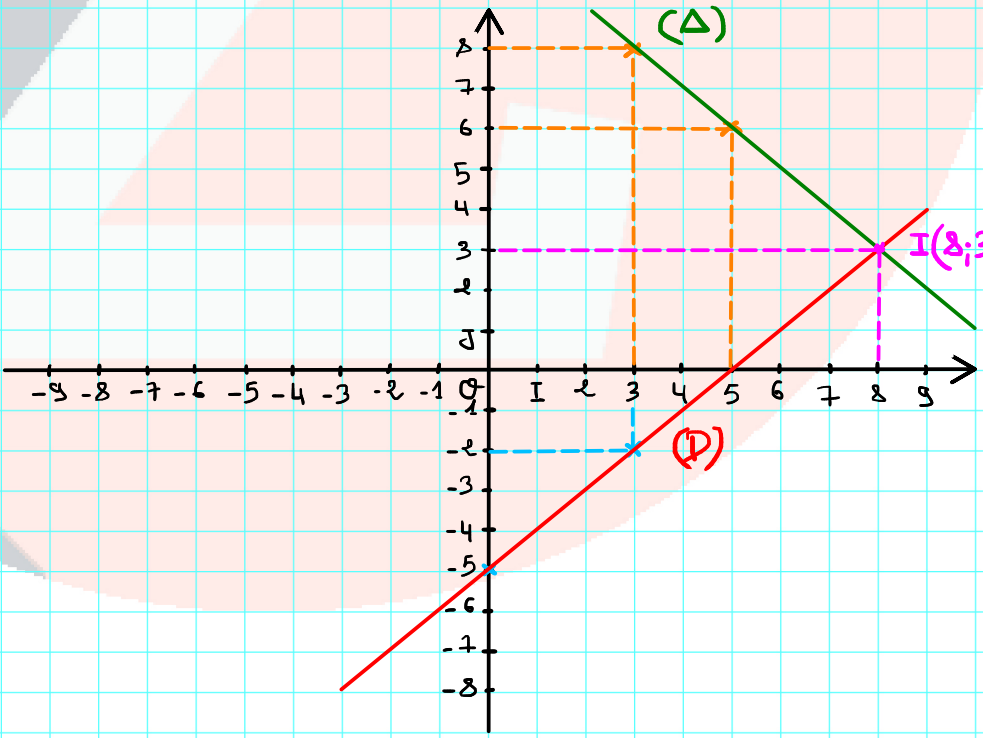
Construisons les droites (D) et (Δ).

(D) : $y = x - 5$

x	3	0
y	-2	-5

(Δ) : $y = -x + 11$

x	5	3
y	6	8



D'après la représentation graphique des droites (D) et (Δ), on remarque que I(8; 3) est leur point d'intersection.
D'où la solution de ce système est le couple (8;3).

* Résolvons graphiquement le système : $\begin{cases} x-3y=-9 & (1) \\ 2x+y=-4 & (2) \end{cases}$

Exprimons y en fonction de x dans les deux équations.

On a : $x-3y=-9$

S.q : $3y=x+9$

S.q : $y=\frac{x+9}{3}$

S.q : $y=\frac{1}{3}x+3$

On a : $2x+y=-4$

S.q : $y=-2x-4$

Soient $(D): y=\frac{1}{3}x+3$ et $(\Delta): y=-2x-4$

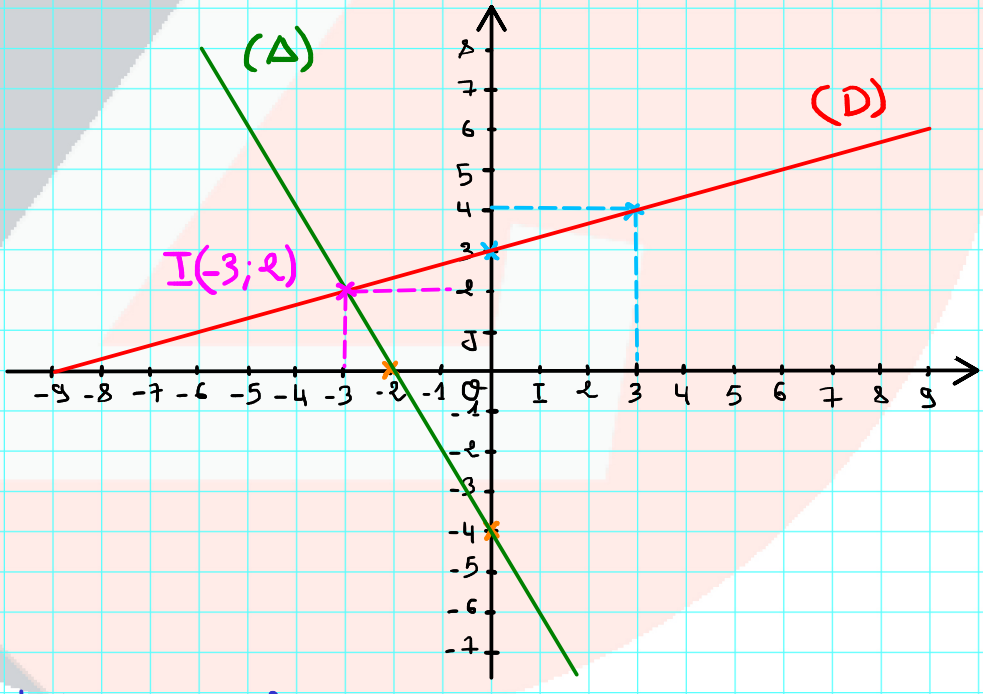
Construisons les droites (D) et (Δ).

$(D): y=\frac{1}{3}x+3$

x	0	3
y	3	4

$(\Delta): y=-2x-4$

x	0	-2
y	-4	0



D'après la représentation graphique des droites (D) et (Δ), on remarque que I(-3;2) est leur point d'intersection.
D'où la solution de ce système est le couple (-3;2).

Exercice n°5 (Régional 2024 - M.S)

1) Résolvons le système: $\begin{cases} x+y=14 & (1) \\ 2x+5y=46 & (2) \end{cases}$

Exprimons y en fonction de x dans l'équation (1):

On a: $x+y=14$ c.à.d: $y=14-x$ (3)

Remplaçons y par $14-x$ dans l'équation (2).

On a: $2x+5(14-x)=46$

S.q: $2x+70-5x=46$

S.q: $-3x=46-70$

S.q: $-3x=-24$

S.q: $x=\frac{-24}{-3}=8$

Remplaçons x par 8 dans (3) on obtient: $y=14-8=6$

D'où la solution de ce système est le couple $(8;6)$.

2) Déterminons le nombre de billets de chaque type.

Soient x le nombre de billets du premier type (de 20DH) et y le nombre de billets du deuxième type (de 50DH).

Le nombre total de billets est: $x+y=14$

Le prix d'un billets du premier type est 20DH et le prix d'un billets du deuxième type est 50DH.

La somme disposé par Amine est de 460DH, donc:

$$20x+50y=460$$

c.à.d: $$2x+5y=46$$

On obtient donc: $\begin{cases} x+y=14 \\ 2x+5y=46 \end{cases}$

D'après la question 1) la solution de ce système est le couple $(8;6)$.

Vérification: on a: * $8+6=14$

* $20\times 8+50\times 6=160+300=460$

Par suite le nombre de billets du premier type est 8 et le nombre de billets du deuxième type est 6.

Exercice n°6 (Régional 2023 - M.S)

1) Résolvons le système $\begin{cases} 2x+3y=49 & (1) \\ 3x+2y=46 & (2) \end{cases}$.

Multiplions les deux membres de l'équation (1) par -2 et celles de l'équation (2) par 3:

on a: $\begin{cases} -2(2x+3y)=-2\times 49 \\ 3(3x+2y)=3\times 46 \end{cases}$ c.à.d: $\begin{cases} -4x-6y=-98 \\ 9x+6y=138 \end{cases}$

Additionnons membre à membre les membres des deux équations:

$$-4x-6y+9x+6y=-98+138$$

S.q: $5x=40$

S.q: $x=\frac{40}{5}=8$

Multiplions les deux membres de l'équation (1) par -3 et celles de l'équation (2) par 2:

on a: $\begin{cases} -3(2x+3y)=-3\times 49 \\ 2(3x+2y)=2\times 46 \end{cases}$ c.à.d: $\begin{cases} -6x-9y=-147 \\ 6x+4y=92 \end{cases}$

Additionnons membre à membre les membres des deux équations:

$$-6x-9y+6x+4y=-147+92$$

S.q: $-5y=-55$

S.q: $y=\frac{-55}{-5}=11$

D'où la solution de ce système est le couple $(8;11)$.

2) Déterminons le prix d'une tasse de café et le prix d'un verre de jus d'orange.

Soient x le prix d'une tasse de café et y le prix d'un verre de jus d'orange.

La famille d'Ahmed a payé 98DH pour 4 tasses de café et 6 verres de jus d'orange, alors :

$4x+6y=98$ c.à.d : $2x+3y=49$

La famille de Salim a payé 92DH pour 6 tasses de café et 4 verres de jus d'orange, alors :

$6x+4y=92$ c.à.d : $3x+2y=46$

On trouve donc le système : $\begin{cases} 2x+3y=49 \\ 3x+2y=46 \end{cases}$

D'après la question 1), la solution de ce système est le couple $(8;11)$.

Vérification: on a : * $4\times8+6\times11=32+66=98$

* $6\times8+4\times11=48+44=92$

Par suite le prix d'une tasse de café est 8DH et le prix d'un verre de jus d'orange est 11DH.

Exercice n°7

1) Résolvons le système $\begin{cases} x+y=600 & (1) \\ 3x+2y=1544 & (2) \end{cases}$.

Exprimons y en fonction de x dans l'équation (1) :

On a : $x+y=600$ c.à.d : $y=600-x$ (3)

Remplaçons y par $600-x$ dans l'équation (2):

On a: $3x+2(600-x)=1544$

S.q: $3x+1200-2x=1544$

S.q: $x=1544-1200$

S.q: $x=344$

Remplaçons x par 344 dans l'équation (3), on obtient:

$$y=600-344=256$$

D'où la solution de ce système est le couple $(344;256)$.

2) Calculons le nombre de billets plein tarif et le nombre de billets à tarif réduit qui ont été vendus.

Soient x le nombre de billets de plein tarif et y le nombre de billets de tarif réduit.

Le nombre total de personnes est: $x+y=600$

La recette totale est: $120x+80y=61760$

c.à.d: $3x+2y=1544$

Soit donc le système $\begin{cases} x+y=600 \\ 3x+2y=1544 \end{cases}$.

D'après la question 1), la solution de ce système est le couple $(344;256)$.

Vérification: On a: * $344+256=600$

* $120\times344+80\times256=41280+20480$

$=61760$

Par suite, le nombre de billets plein tarif est 344 et le nombre de billets à tarif réduit est 256.

Exercice n°8

Déterminons les âges de Kenza et de Othmane.

Soient x l'âge de Othmane et y l'âge de Kenza.

Il y a 4 ans, Othmane avait 3 fois l'âge de Kenza, alors:

$$x-4=3(y-4) \quad \text{c.à.d:} \quad x-4=3y-12$$

$$\text{c.à.d:} \quad x-3y=-12+4$$

$$\text{c.à.d:} \quad x-3y=-8$$

Dans 8 ans, Othmane aura 2 fois l'âge de Kenza, alors:

$$x+8=2(y+8) \quad \text{c.à.d:} \quad x+8=2y+16$$

$$\text{c.à.d:} \quad x-2y=16-8$$

$$\text{c.à.d:} \quad x-2y=8$$

On obtient donc le système $\begin{cases} x-3y=-8 & (1) \\ x-2y=8 & (2) \end{cases}$.

Résolvons maintenant ce système.

Exprimons x en fonction de y dans l'équation (1):

On a: $x-3y=-8$ s.q: $x=3y-8$ (3)

Remplaçons x par $3y-8$ dans l'équation (2):

On a: $3y-8-2y=8$

s.q: $y=8+8$

s.q: $y=16$

Remplaçons y par 16 dans l'équation (3), on obtient:

$$x=3\times16-8=48-8=40$$

D'où la solution de ce système est le couple $(40;16)$.

Vérification: * Il y a 4 ans: 36 et 12 $\longrightarrow$ $36 = 3 \times 12$

* Dans 8 ans: 48 et 24 $\longrightarrow$ $48 = 2 \times 24$

Donc Othmane a 40 ans et Kenza a 16 ans.

Exercice n°9 (Challenge)

1) Résolvons le système $\begin{cases} x - y = 11 & (1) \\ xy = -24 & (2) \end{cases}$.

Exprimons y en fonction de x dans l'équation (1):

On a: $x - y = 11$ S.q: $y = x - 11$ (3)

Remplaçons y par $x-11$ dans l'équation (2):

On a: $x(x-11) = -24$

S.q: $x^2 - 11x + 24 = 0$

S.q: $x^2 - 8x - 3x + 24 = 0$

S.q: $x(x-8) - 3(x-8) = 0$

S.q: $(x-8)(x-3) = 0$

S.q: $x - 8 = 0$ ou $x - 3 = 0$

S.q: $x = 8$ ou $x = 3$

Remplaçons x par 8 puis par 3 dans (3):

pour $x = 8$, on a: $y = 8 - 11 = -3$

pour $x = 3$, on a: $y = 3 - 11 = -8$

Donc les solutions de ce système sont les couples $(8; -3)$ et $(3; -8)$.

* Résolvons le système (S): $\begin{cases} (x - y + 2)(x + y - 1) = 0 & (1) \\ 2x + y = -1 & (2) \end{cases}$.

L'équation (2) est équivalente à $x - y + 2 = 0$ ou $x + y - 1 = 0$.

Donc le système (S) est equivalent aux deux systèmes:

$(S_1): \begin{cases} x-y+2=0 \\ 2x+y=-1 \end{cases}$ et $(S_2): \begin{cases} x+y-1=0 \\ 2x+y=-1 \end{cases}$

Résolvons le système (S_1).

On a: $\begin{cases} x-y+2=0 \\ 2x+y=-1 \end{cases}$

S.q: $\begin{cases} y=x+2 \\ 2x+x+2=-1 \end{cases}$

S.q: $\begin{cases} y=x+2 \\ 3x=-1-2 \end{cases}$

S.q: $\begin{cases} y=x+2 \\ 3x=-3 \end{cases}$

S.q: $\begin{cases} y=x+2 \\ x=\frac{-3}{3} \end{cases}$

S.q: $\begin{cases} y=-1+2 \\ x=-1 \end{cases}$

S.q: $\begin{cases} y=1 \\ x=-1 \end{cases}$

D'où la solution de ce système est le couple $(-1;1)$.

Résolvons le système (S_2).

On a: $\begin{cases} x+y-1=0 \\ 2x+y=-1 \end{cases}$

S.q: $\begin{cases} y=-x+1 \\ 2x-x+1=-1 \end{cases}$

S.q: $\begin{cases} y=-x+1 \\ x=-1-1 \end{cases}$

S.q: $\begin{cases} y=-(-2)+1 \\ x=-2 \end{cases}$

S.q: $\begin{cases} y=3 \\ x=-2 \end{cases}$

D'où la solution de ce système est le couple $(-2;3)$.

Par suite les solutions du système (S) sont les couples $(-1;1)$ et $(-2;3)$.