Triangles semblables

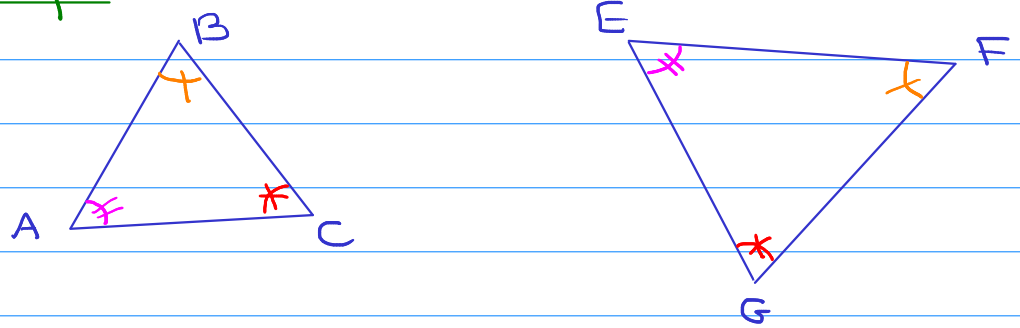
I - Triangles semblables:

Définition: Deux triangles semblables sont deux triangles qui ont leurs angles deux à deux de même mesure.

Vocabulaire: Lorsque deux triangles sont semblables:

* Deux angles de même mesure sont dits homologues.
* Les sommets de deux angles homologues sont aussi dits homologues.

Exemple:

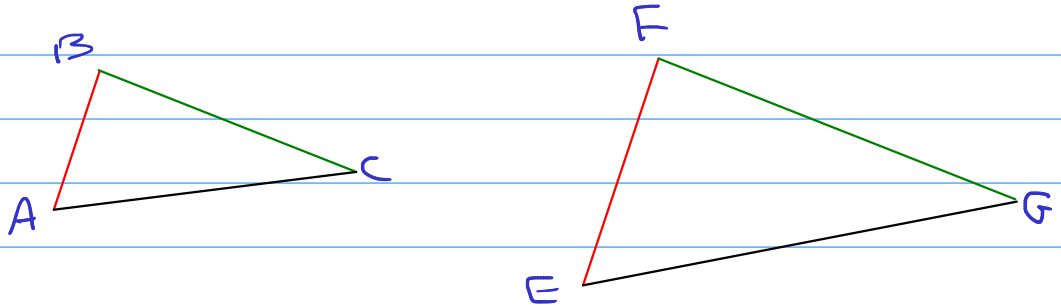


Les triangles ABC et EFG ont leurs angles deux à deux de même mesure, donc ils sont semblables.

Propriété: Si deux triangles sont semblables, alors les longueurs de côtés homologues sont proportionnelles.

Autrement dit: Si ABC et EFG sont deux triangles semblables, alors:

$$\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{EG} = \frac{BC}{FG}$$



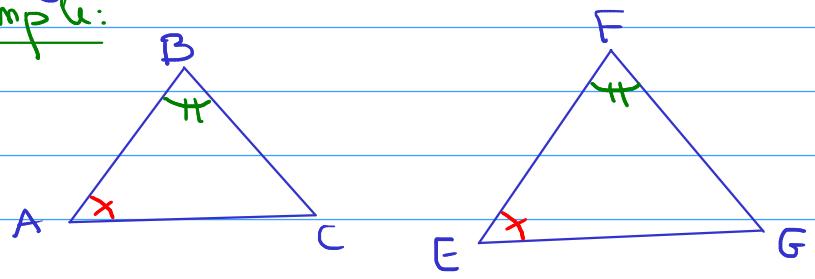
II - cas de similitude:

* 1ère cas de similitude:

Propriété: Si deux angles d'un triangle ont même mesure

que deux angles d'un autre triangle, alors les deux triangles sont semblables.

Exemple:



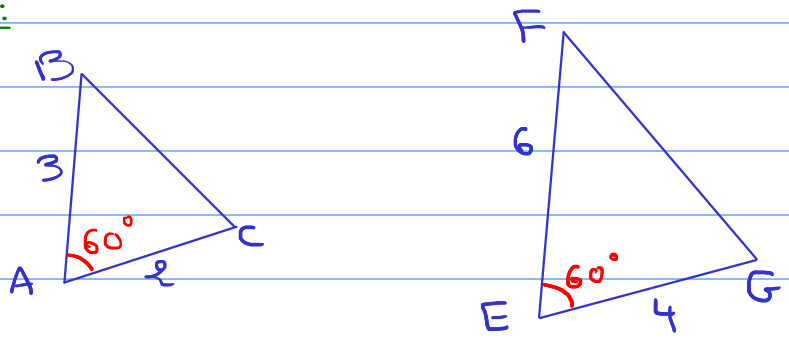
on a $\widehat{ABC} = \widehat{EFG}$ et $\widehat{BAC} = \widehat{FEG}$, donc les triangles ABC et EFG sont semblables.

Application: Soit ABC un triangle rectangle en A.
Soient I le milieu du segment [BC] et H le projeté orthogonal du point I sur la droite (AC).
Montrer que les deux triangles ABC et HIC sont semblables.

* 2ème cas de similitude:

Propriété: Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés proportionnels, alors ils sont semblables.

Exemple:



Les triangles ABC et EFG sont semblables, car:

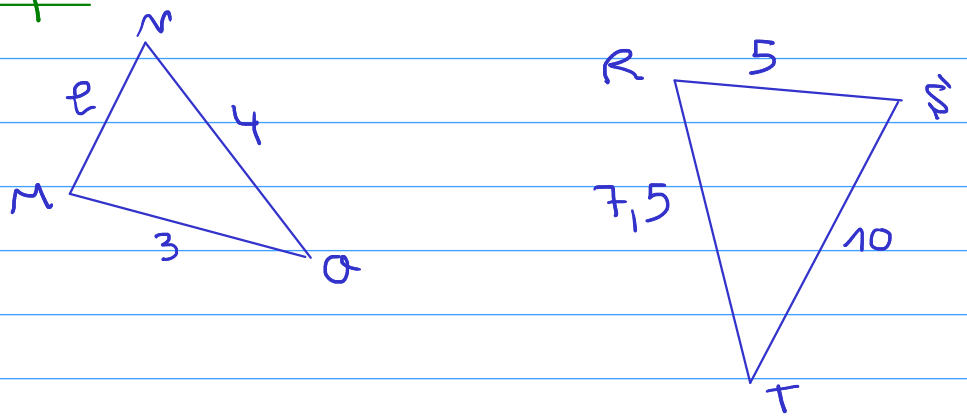
* $\widehat{BAC} = \widehat{FEG} = 60°$

* $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{EG} = \frac{1}{2}$

* 3ème cas de similitude.

Propriété: si les côtés de deux triangles sont deux à deux proportionnelles, alors ces triangles sont semblables.

Exemple:



Car: $\frac{MN}{RS} = \frac{e}{5}$; $\frac{MO}{RT} = \frac{3}{7,5} = \frac{30}{75} = \frac{e}{5}$

et $\frac{NO}{ST} = \frac{4}{10} = \frac{e}{5}$

Donc $\frac{MN}{RS'} = \frac{MO}{RT} = \frac{NO}{S'T}$ et par suite les deux triangles MNO et RS'T sont semblables.

Application: Soit ABCD un parallélogramme.
Soit M un point de [AB]. La parallèle à (BD) passant par M coupe [AD] en N.

1) Construire une figure.
2) Montrer que les triangles AMN et BCD sont semblables.
3) Montrer que $AN \times AB = AM \times AD$.