Matière : Mathématiques
Niveau : 3ème année collégiale
Prof : Ayoub OUDIKA

Théorème de Thalès

○ ● ○ Série d'exercices ○ ● ○

Exercice 1 ABC un triangle tel que $AB = 3cm$, $AC = 4cm$ et $BC = 5cm$.

1. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.
2. Calculer les rapports trigonométriques de l'angle $\widehat{ACB}$.

Exercice 2 ABC un triangle rectangle en A tel que $AC = 4$ et $\sin\widehat{ABC} = 0,625$.
Calculer BC et AB.

Exercice 3 ABC un triangle rectangle en A tel que $AC = 3$ et $\tan\widehat{ABC} = 0,75$.
Calculer AB et BC.

Exercice 4 Soit x la mesure d'un angle aigu.

1. Sachant que $\cos x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, calculer $\sin x$ et $\tan x$.
2. Sachant que $\tan x = \sqrt{15}$, calculer $\cos x$ et $\sin x$.

Exercice 5 Soit α la mesure d'un angle aigu. Simplifier les expressions suivantes :

$$A = (\sin\alpha + \cos\alpha)^2 + (\sin\alpha - \cos\alpha)^2 \qquad B = \cos^2\alpha + 2\sin^2\alpha - 1$$

$$C = \cos^4\alpha + 2\sin^2\alpha\sin^2\alpha + \sin^4\alpha \qquad D = \frac{1}{1+\sin\alpha} + \frac{1}{1-\sin\alpha} - \frac{2}{\cos^2\alpha}$$

$$E = \sqrt{\cos\alpha + 1} \times \sqrt{1 - \cos\alpha} \times \frac{1}{\sin\alpha} \qquad F = \frac{\cos^4\alpha - \sin^4\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}$$

Exercice 6 Soit x la mesure d'un angle aigu.

1. Montrer que : $\cos^2 x = \dfrac{1}{1+\tan^2 x}$
2. Montrer que : $\sin^2 x = \dfrac{\tan^2 x}{1+\tan^2 x}$
3. Sachant que $\tan x = 4\sqrt{3}$, calculer $\cos x$ et $\sin x$.

Exercice 7 Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \cos 25° + \cos 70° - \sin 65° + \sin 20°$$
$$B = \sin 80° + 7\sin^2 50° - \cos 10° + 7\sin^2 40°$$

Exercice 8 (Challenge) Soit x la mesure d'un angle aigu tel que : $2\cos x + 3\sin x = 3$
Calculer $\cos x$ et $\sin x$.

○ ● ○ Exercices supplémentaires ○ ● ○

Exercice 9 Soit EFG un triangle rectangle en E tel que $EF = \sqrt{3}$, $EG = \sqrt{6}$ et $FG = 3$.
Calculer les rapports trigonométrique des deux angles $\widehat{EFG}$ et $\widehat{EGF}$.

Exercice 10 Soit x la mesure d'un angle aigu tel que $\sin x = \dfrac{2}{3}$.
Déterminer $\cos x$ et $\tan x$.

Exercice 11 Calculer et simplifier :

$$A = \sin 90° + \sin 78° - \cos 12° + 2024$$
$$B = \cos^2 20° + \cos^2 67° - 23$$
$$C = 12 + 8\left(\sin^2 41° + \sin^2 49°\right)$$
$$D = \cos 12° + \sin^2 13° - \sin 78° + \sin^2 77°$$
$$E = \cos^2 8° + \cos^4 35° - \cos^4 55° - 2\sin^2 82° - \cos^2 82°$$

Exercice 12 Soit β la mesure d'un angle aigu tel que :

$$\cos 45° + \sin 30° - \cos\left(50° + \beta\right) = \frac{1+\sqrt{2}}{2}$$

Déterminer β.

Exercice 13 Soient α et β les mesures de deux angles aigus. Montrer que :

$$\sin^2\alpha - \sin^2\beta = \cos^2\alpha - \cos^2\beta = \frac{\tan^2\alpha - \tan^2\beta}{\left(1+\tan^2\alpha\right)\left(1+\tan^2\beta\right)}$$

Exercice 14 Soient x et y les mesures de deux angles complémentaires tels que $\tan x = \sqrt{2}-1$.
Calculer $\sin x \cos y - \cos x \sin y$.

Exercice 15 Soit α la mesure d'un angle aigu non nul.
Déterminer α dans chacun des cas suivants :

(1) $\tan\alpha = 2\sin\alpha$ (2) $2\cos\alpha\sin\alpha = \sqrt{2}\cos\alpha$